

绝密★启用前

2019 年高考数学新课标全国二卷（理工类）

试卷副标题

考试时间：120 分钟；试卷总分：150 分

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

一、单选题

1. 设集合 $A=\{x \mid x^2-5x+6>0\}$, $B=\{x \mid x-1<0\}$, 则 $A \cap B=$ ()

A. $(-\infty, 1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(-3, -1)$ D. $(3, +\infty)$

2. 设 $z=-3+2i$, 则在复平面内 $\bar{z}$ 对应的点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知 $\vec{AB}=(2, 3)$, $\vec{AC}=(3, t)$, $|\vec{BC}|=1$, 则 $\vec{AB} \cdot \vec{BC}=$ ()

A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

4. 2019 年 1 月 3 日嫦娥四号探测器成功实现人类历史上首次月球背面软着陆, 我国航天事业取得了又一重大成就, 实现月球背面软着陆需要解决的一个关键技术问题是地面与探测器的通讯联系。为了解决这个问题, 发射了嫦娥四号中继星“鹊桥”, 鹊桥沿着围绕地月拉格朗日 L_2 点的轨道运行, L_2 点是平衡点, 位于地月连线的延长线上。设地球质量是 M_1 , 月球质量是 M_2 , 地月距离为 R , L_2 到月球的距离为 r , 根据牛顿运动定律和万有引力定律, r 满足方程:

$$\frac{M_1}{(R+r)^2} + \frac{M_2}{r^2} = (R+r) \frac{M_1}{R^3}; \quad \text{设 } \alpha = \frac{r}{R}, \text{ 由于 } \alpha \text{ 的值很小, } \frac{3\alpha^3 + 3\alpha^4 + \alpha^5}{(1+\alpha)^2} \approx 3\alpha^3,$$

则 r 的近似值为 ()

A. $\sqrt{\frac{M_2}{M_1}} R$ B. $\sqrt{\frac{M_2}{2M_1}} R$ C. $\sqrt[3]{\frac{3M_2}{M_1}} R$ D. $\sqrt[3]{\frac{M_2}{3M_1}} R$

5. 演讲比赛共有 9 位评委分别给出某选手的原始评分, 评定该选手的成绩时, 从 9 个原始评分中去掉 1 个最高分, 1 个最低分, 得到 7 个有效评分, 7 个有效评分与 9 个原始评分相比, 不变的数字特征是

www.chnqsedu.com

- A. 中位数 B. 平均数 C. 方差 D. 极差

6. 若 $a>b$, 则 ()

A. $\ln(a-b)>0$ B. $3^a<3^b$ C. $a^3-b^3>0$ D. $|a|>|b|$

7. 设 α, β 为两个平面, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是 ()

- A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. α 内有两条相交直线与 β 平行
C. α, β 平行于同一条直线 D. α, β 垂直于同一平面

8. 若抛物线 $y^2=2px$ ($p>0$) 的焦点是椭圆 $\frac{x^2}{3p} + \frac{y^2}{p} = 1$ 的一个焦点, 则 $p=$ ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

9. 下列函数中, 以 $\frac{\pi}{2}$ 为周期且在区间 $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 单调递增的是 ()

A. $f(x)=|\cos 2x|$ B. $f(x)=|\sin 2x|$ C. $f(x)=\cos|x|$ D. $f(x)=\sin|x|$

10. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $2\sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$, 则 $\sin \alpha =$ ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

11. 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的右焦点, O 为坐标原点, OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点, 若 $|PQ|=|OF|$, 则 C 的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 满足 $f(x+1)=2f(x)$, 且当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x)=x(x-1)$, 若对任意 $x \in (-\infty, m]$, 都有 $f(x) \geq -\frac{8}{9}$, 则 m 的取值范围是

A. $[-\infty, \frac{9}{4}]$ B. $[-\infty, \frac{7}{3}]$ C. $[-\infty, \frac{5}{2}]$ D. $[-\infty, \frac{8}{3}]$

21. (12 分) 已知 $A(-2,0)$, $B(2,0)$, $M(x,y)$ 为坐标系内任意一点, 且满足直线 MA 和 MB 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$, 设 M 的轨迹为曲线 C 。

(1) 求 C 的曲线, 并说明表示什么曲线;

(2) 过坐标原点的直线交 C 于 P, Q , 点 P 在第一象限, $PE \perp x$ 轴, 垂足为 E , 连接 QE 并延长交 C 于点 G 。

①证: $\triangle PQG$ 是直角三角形;

②求 $\triangle PQG$ 的面积的最大值。

(二) 选考题

22. (选修 4-4, 坐标系与参数方程) (10 分)

在极坐标系中, O 为极点, 点 $M(\rho_0, \theta_0)$ ($\rho_0 > 0$) 在曲线 $C: \rho = 4\sin\theta$ 上, 直线 L 过点 $A(4, 0)$ 且与 OM 垂直, 垂足为 P ,

(1) 当 $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ 时, 求 ρ_0 及 L 的极坐标方程;

(2) 当 M 在 C 上运动且 P 在 OM 上时, 求 P 的轨迹的极坐标方程

23. (选修 4—5, 不等式选讲) (10 分)

已知 $f(x) = |x - a| + 2|x + a|$;

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(2) 若 $x \in (-\infty, 1)$ 时, $f(x) < 0$, 求 a 的取值范围。

